

# 一种新的四路激光跟踪坐标测量系统的 基点标定方法

陈曦<sup>1</sup> 李杏华<sup>1</sup> 张国雄<sup>1</sup> 赵树忠<sup>2</sup>

(1. 天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072 ; 2. 河北理工大学, 唐山 063009)

**摘要** 在激光跟踪三维坐标测量系统中, 系统首先要经过标定, 才可以进行实际测量。因此系统标定的准确度会直接影响系统最终测量准确度。为了提高标定准确度, 提出一种新的标定方法, 即利用直线法原理, 在优化布局下, 采用两路激光干涉仪测量出基点的三维坐标。仿真结果表明目标点相对于基点呈对称分布时, 测得的基点坐标准确度比非对称分布时高6到7倍, 并通过实验得出了在该优化布局下的基点坐标。

**关键词** 激光跟踪 坐标测量 校准 直线法原理 优化布局

## The Method of the Calibration of the Base Points in the Laser Tracking 3D Coordinates Measuring System

CHEN Xi<sup>1</sup> LI Xing-hua<sup>1</sup> ZHANG Guo-xiong<sup>1</sup> ZHAO Shu-zhong<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments of Tianjin University, Tianjin 300072;  
2. Hebei Polytechnic University, Tangshan 063009)

**Abstract** In the laser tracking 3D coordinates measuring system, the self-calibration should be made before measurement that would take effect mostly on the result. In order to enhance the calibration accuracy, a new method of calibrating the base points coordinates is proposed. Two laser interferometers were employed on the linear principle to measure the 3D coordinates of the base point. Furthermore the optimization distributions of the base points and the target points are analyzed. Simulation result shows that when the target points are distributed symmetrically relative to the base point, the measuring accuracy of the base point coordinates is 6 or 7 times higher than that is measured in asymmetry distribution. The base point coordinates are derived by the experiments.

**Key words** Laser tracking Coordinates measurement Calibration Linear theory Optimization distribution

收稿日期:2006-11-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(编号:59875064)。

作者简介:陈曦(1982-),女,硕士研究生,研究方向:大尺寸测量技术。

# 1 引言

在四路激光跟踪三维坐标测量系统中(如图 1),系统参数的自标定和三维坐标的测量需通过相应的算法计算各基点到目标镜(猫眼逆反射镜)距离的相对长度变动量。而利用激光跟踪干涉仪所测得的相对长度变动量不仅与目标镜的三维坐标有关,还受跟踪机构基点变动等因素的影响。在实际应用时,系统首先要经过标定,确定系统参数,然后才可以进行实际测量,其中由基点标定误差引起的测量误差可达十几个微米<sup>[1]</sup>。系统标定的准确度会直接影响系统最终测量准确度,提高系统标定的准确度对于保证系统最终测量准确度具有重要意义。传统上利用冗余技术的自标定<sup>[2]</sup>,由于受猫眼的接收角范围、激光跟踪头转角范围等因素的限制,无法在最优方案<sup>[3]</sup>下进行。因此,本文提出了一种新的基点标定方法,实现了基点坐标的高准确度标定,从而提高三维坐标测量准确度。

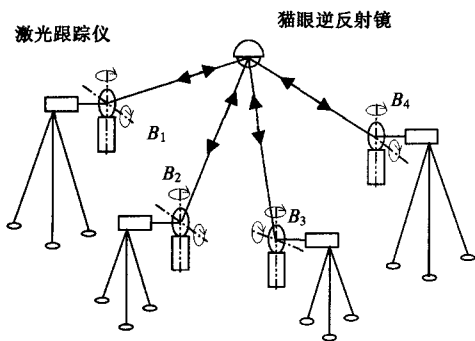


图 1 四路激光跟踪三维坐标测量系统

## 2 直线法标定基本原理

在如图 2 单路激光跟踪系统中,按常规方法用 HP5528 干涉仪测得目标镜沿直线  $A_0A_n$  的长度变动量  $b_i$  和跟踪干涉仪 HP5529 测得的长度变动量  $a_i$ 。则由余弦定理,标定基点  $C$  的三维坐标也可以用下述方法求出

$$\delta_i = \sqrt{L_0^2 + b_i^2 + 2L_0 \cdot b_i \cdot \cos\theta_0} - (L_0 + a_i) \quad (1)$$

式中: $\delta_i$ ——激光干涉仪的测长误差; $L_0$ ——激光跟

踪测量的初始长度; $b_i$ ——干涉仪按常规方法测得的长度变动量; $a_i$ ——跟踪干涉仪测得的长度变动量。以  $\sum_{i=1}^n \delta_i^2$  最小为目标函数,用最小二乘法求解,可得  $L_0$  和  $\cos\theta_0$ 。

图 2 中, $C$  点——激光跟踪干涉仪跟踪转镜的中心点,即被测基点; $\theta_0$ ——光束  $CA_0$  与激光干涉仪的测量光束夹角。

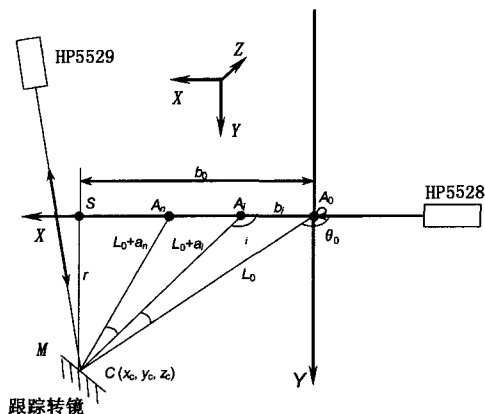


图 2 直线法标定基点坐标

## 3 优化布局方案

影响系统自标定准确度的因素有:1) 基点的布局;2) 动点的布局数目;3) 初始动点的位置。其中,基点的布局是主要因素<sup>[3]</sup>。为此,根据基点与目标点的相对位置,针对该系统提出了一种新的布局方法。

基点与在一条直线上的目标点的位置关系有对称分布和非对称分布两种(如图 3 所示)。

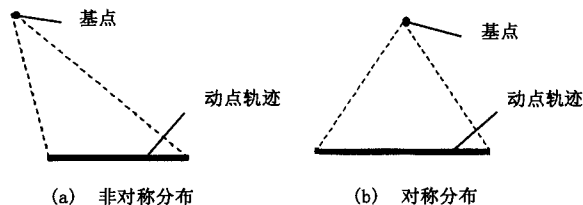


图 3 基点与目标点的位置关系

标定基点的一个坐标时,类似于在一个平面内标定一个二维坐标,可利用三个目标点组成超定方

程组,利用最小二乘法求解出基点坐标。设基点坐标为  $B(v, w)$ , 目标点坐标为  $(x_i, y_i), i = 1, 2, 3$ , 初始长度为  $L$ , 则根据最小二乘法, 残差可表示为

$$\delta_i = \sqrt{(x_i - v)^2 + (y_i - w)^2} - L - l_i \quad (2)$$

式中:  $l_i$ ——激光跟踪干涉仪的读数。则式(2)可以写成矩阵形式

$$\delta = P - AX \quad (3)$$

$$\text{式中: } \delta = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} \rho_1 - L - l_1 \\ \rho_2 - L - l_2 \\ \rho_3 - L - l_3 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} e_1^v & e_1^w \\ e_2^v & e_2^w \\ e_3^v & e_3^w \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} \Delta v \\ \Delta w \end{bmatrix}; e_i^v = \frac{v^0 - x_i}{\rho_i}, e_i^w = \frac{w^0 - y_i}{\rho_i}; \text{基点}$$

坐标的估计值<sup>[4]</sup>为  $(v^0, w^0)$ , 改正量为  $(\Delta v, \Delta w)$ ,  $\rho_i = \sqrt{(x_i - v^0)^2 + (y_i - w^0)^2}$ 。

由于相对长度变动量测量可视为独立等准确度测量<sup>[5]</sup>, 设其标准差为  $\sigma_i$ , 并设

$$Q = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

另外, 系数矩阵  $A$ <sup>[6]</sup> 可表示为

$$A = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_2 & m_2 \\ l_3 & m_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $l_2^2 + m_2^2 = l_3^2 + m_3^2 = 1$ 。

因此, 可求得  $\sqrt{Q_{11} + Q_{22}}$  为极小值的矩阵  $A$  的一组解为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

几何分布图如图 4 所示, 在图示标定方案下,  $\sqrt{Q_{11} + Q_{22}}$  有最小值, 为 1.169。

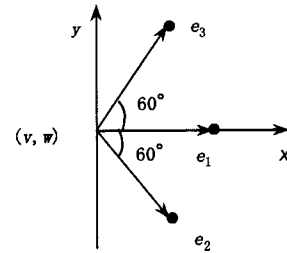


图 4 用三个点标定基点坐标时的优化方案

因此, 当目标点以基点为对称点分布时, 是标定基点坐标的一个优化方案。

对上述推论, 作如下仿真(如图 5 所示), 仿真结果如表 1 所示。在对称分布的图 5(b) 中, 目标点在  $x$  轴上对称于  $C$  点均匀分布, 目标点数目  $n = 10$ , 基点  $C$  的坐标为  $(700 \text{ mm}, 500 \text{ mm})$ , 为符合实际情况, 将长度变动量  $b_i$  的值加上了服从  $N(0, 20 \text{ mm})$  正态分布的误差, 为  $b_i \approx i \times 140 \text{ mm} (i = 1 \sim n)$ 。跟踪转镜的转角约为  $\theta \approx 70^\circ$ 。然后, 对计算出的基点  $C$  到各目标点的长度变化量  $a_i$  加上一个服从  $N(0, 0.001 \text{ mm})$  正态分布的误差  $e^i$ 。建立式(1)所示方程组, 用最小二乘法即可求解出基点  $C$  的  $x$  坐标估计  $\hat{x}$ , 多次测量, 得出  $\hat{x}$  与真值  $(x = 700 \text{ mm})$  的标准偏差  $\sigma_x = 0.41 \mu\text{m}$ 。表 1 为其中一组仿真数据。

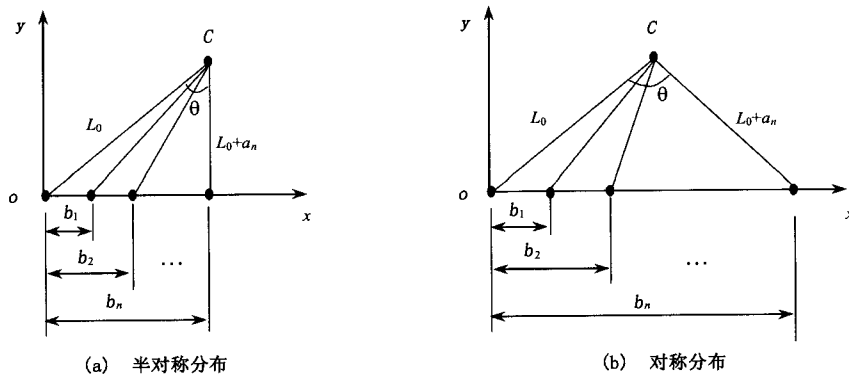


图 5 优化方案验证

表 1 对称分布的仿真数据

| 数序 $i$ | $a_i/\text{mm}$ | $b_i/\text{mm}$ | $e_i/\text{mm}$ |
|--------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1      | -103.0243       | 131.3487        | -0.0001         |
| 2      | -185.3314       | 246.6883        | 0.0007          |
| 3      | -288.3911       | 422.5066        | -0.0005         |
| 4      | -342.5240       | 565.7535        | 0.0021          |
| 5      | -359.7070       | 677.0705        | -0.0001         |
| 6      | -334.0800       | 863.8183        | 0.0001          |
| 7      | -275.1818       | 1003.7833       | 0.0010          |
| 8      | -207.7232       | 1119.2473       | 0.0001          |
| 9      | -104.6041       | 1266.5458       | -0.0001         |
| 10     | 2.8445          | 1403.4927       | -0.0008         |

图 5(a) 为半对称分布,此时  $\theta \approx 35^\circ, b_i \approx i \times 140 \text{ mm}, i = 1, 2, \dots, n, n = 10$ 。C 坐标变为(1 400 mm, 500 mm), 同理, 可计算出标准偏差  $\sigma_x = 2.7 \mu\text{m}$ 。由此可得出, 在同等条件下, 对称分布要比非对称分布标定的准确度高。而且在上述条件下, 约高出 6、7 倍。由此可见, 对称分布布局方案比非对称方案标定准确度高。

### 4 基点标定

实验方案如图 6 所示, 猫眼 4 与两个角锥棱镜 5 和 8 一起固结在三坐标测量机主轴 3 上。常规干涉仪

9 和 6 它们分别测量测量机主轴在 X 方向和 Y 方向的位移改变量。跟踪干涉仪 1 测量猫眼到跟踪转镜 2 的中心点 C 距离的改变量。调整干涉仪 9 和 6, 使得猫眼 4 从 A 点出发既可测量 Y 方向位移, 也可测量 X 方向的位移。在起始点先将 X 方向干涉仪 6 清零, 沿 X 方向移动三坐标测量机主轴 3, 让猫眼 4 与角锥棱镜 8 一起运动, 由 X 方向激光干涉仪读出  $x_i$ 。与此同时跟踪干涉仪读出  $d_i$  值。当猫眼运动到了 A 点, 即完成 X 方向测量。将 Y 方向干涉仪清零, 沿 Y 方向移动三坐标测量机主轴 3, 让猫眼 4 与角锥棱镜 5 一起运动, 由 Y 方向激光干涉仪 9 读出  $y_i$ 。与此同时跟踪干涉仪读出  $d_i$  值。根据测量得到的  $p_j, q_j$  组成三维空间坐标点, 按式(6), 经数据处理, 可得表 2。

$$\delta_i = \sqrt{(x_i - x_c)^2 - (y_i - y_c)^2 - (z_i - z_c)^2} - (L_0 + d_i) \quad (6)$$

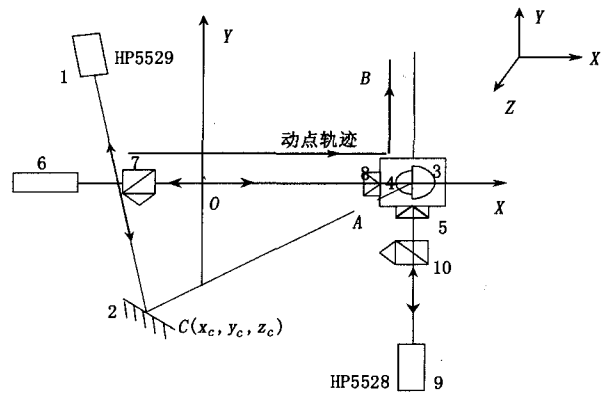


图 6 双垂直线基点标定实验示意图

表 2 用两干涉仪的实验测量数据

| 数序      | 1          | 2       | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        |           |
|---------|------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 普通干涉仪读数 | $x_i$      | 53.0695 | 100.4757 | 152.6459 | 204.0138 | 249.0568 | 305.9445 | 350.4659 | 413.2352  |
|         | $y_i$      | 0       | 0        | 0        | 0        | 0        | 0        | 0        | 0         |
|         | $z_i$      | 0       | 0        | 0        | 0        | 0        | 0        | 0        | 0         |
| 跟踪仪读数   | $d_i$      | -8.4991 | -17.6919 | -29.5188 | -42.8732 | -55.9421 | -74.2095 | -89.8340 | -113.7708 |
| 误差      | $\delta_i$ | 2.3     | 2.9      | 2.2      | 1.2      | 1.2      | 0.1      | 0.6      | 1.7       |

续表 2

| 数序      |            | 9         | 10        | 11        | 12        | 13        | 14        | 15        | 16        |
|---------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 普通干涉仪读数 | $x_i$      | 455.4370  | 501.1885  | 555.7478  | 610.2332  | 650.3965  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  |
|         | $y_i$      | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 56.4844   | 108.6463  |
|         | $z_i$      | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         |
| 跟踪仪读数   | $d_i$      | -131.0754 | -150.8923 | -175.9049 | -202.3179 | -222.6648 | -267.1758 | -220.9730 | -178.8874 |
| 误差      | $\delta_i$ | 1.1       | 0.1       | -0.4      | -0.6      | 0.2       | 1.2       | 0.5       | 0.5       |
| 数序      |            | 17        | 18        | 19        | 20        | 21        | 22        | 23        | 24        |
| 普通干涉仪读数 | $x_i$      | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  |
|         | $y_i$      | 154.6150  | 199.2646  | 252.2496  | 302.9972  | 353.6622  | 400.7353  | 455.8204  | 506.8991  |
|         | $z_i$      | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         |
| 跟踪仪读数   | $d_i$      | -142.2984 | -107.2400 | -66.2994  | -27.8120  | 9.8459    | 44.0927   | 83.1893   | 118.4180  |
| 误差      | $\delta_i$ | 0.2       | 0.3       | -0.1      | -0.9      | -1.3      | -2        | -1.3      | -1.9      |
| 数序      |            | 25        | 26        | 27        | 28        | 29        | 30        | 31        | 32        |
| 普通干涉仪读数 | $x_i$      | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  | 733.8070  |
|         | $y_i$      | 556.0740  | 599.7435  | 653.6528  | 704.9913  | 755.6371  | 800.9276  | 853.3192  | 900.9539  |
|         | $z_i$      | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         | 0         |
| 跟踪仪读数   | $d_i$      | 151.3296  | 179.6589  | 213.3850  | 244.1218  | 273.0150  | 297.5624  | 324.3279  | 347.0439  |
| 误差      | $\delta_i$ | -1.3      | -0.6      | -0.7      | 0.8       | 1.4       | 1.4       | 0.5       | 1.1       |

可计算得到残差平方和为  $49 \times 10^{-6} \text{mm}^2$ , 标准差

为  $\sqrt{\frac{49 \times 10^{-6}}{32-2}} = 1.3 \mu\text{m}$ , 基点坐标为  $(-203.8742 \text{mm}, 1400.9 \text{mm}, -228.9421 \text{mm})$ 。

## 5 结束语

在多边法的四路激光跟踪三维坐标测量系统中, 基点标定的准确度对系统最终测量准确度的影响很大。为此, 本文在分析了直线法标定的基本原理的基础上, 给出了标定布局的优化方案, 通过仿真验证了优化方案的正确性, 并利用此方法标定了系统的基点坐标。因此, 该标定方案是可靠和有效的。

## 参考文献

- [1] 李杏华. 激光跟踪系统的设计[D]. 天津: 天津大学, 2003, 16~24.
- [2] 张国雄, 林永兵, 李杏华, 李真. 四路激光跟踪干涉三维坐标测量系统. 光学学报, 2003, 23(9): 1030~1036.
- [3] 林永兵, 李杏华, 张国雄. 基于多边法的三维坐标测量系统自标定最优方案. 计量学报, 2003, 24(3): 166~173.
- [4] 梁晋文, 陈林才, 何贡. 误差理论与数据处理. 北京: 中国计量出版社, 1988.
- [5] 费业泰. 误差理论与数据处理. 北京: 机械工业出版社, 1981.
- [6] 孙旭东, 张国雄. 多路激光跟踪干涉柔性坐标测量系统三自由度坐标测量方法的研究. 电子测量与仪器学报, 2000, 14(1): 22~25.